

複数の中心性尺度によるネットワーク生成モデル

Network generation model based on multiple centralities

篠田 孝祐
Kosuke Shinoda
防衛大学校
National Defense Academy

松尾 豊
Yutaka Matsuo
産業技術総合研究所
AIST

中島 秀之
Hideyuki Nakashima
公立はこだて未来大学
Future University-Hakodate

概要ネットワークの中心性とは、ネットワークにおけるノードやリンクの重要性を表わす指標である。ネットワーク分析では、いくつかの代表的な尺度が用いられている。これまでに、単一の中心性を合理性の基準とし、ネットワークの形成過程をシミュレートするモデルが提案されている。しかし、形成可能なネットワークが限定的であること、現実のネットワークの分析への利用が難しいことなどの問題があった。本論文ではモデルを拡張することで、形成可能なネットワークを広げ、現実のネットワーク分析への応用を試みる。具体的には、エージェントとしてのノードが、ネットワークの形成に参画する際、追加するリンク候補を評価するときの合理性の基準を、単一の中心性ではなく、複数の中心性を属性とする多属性効用とした。提案モデルにおいて生成可能なネットワークの特徴の分析を行ない、現実のネットワークへの適用を試みた結果、ネットワークを構成する主体の合理性をその構造的な特徴から推定できることを示した。本論文は、新たなネットワーク分析の手法の可能性を示していると考えている。

キーワード: 複雑なネットワーク, ネットワークの中心性, マルチエージェントシミュレーション, ネットワーク分析

Abstract: The centrality of network is an index to know whether what kind of node and link are important in the network. In this paper, we produce an expansion model of network generation based on the previous model, where all agent in the network select a new link by voting based on own centrality in consideration for the network in which its link is added. There are two contributions in this paper: we expand the model to use multiple centrality, another contribution is that we estimate the rational of agents network. The former is that we assume that some kinds of centralities affect the topology of network, so that we consider each centrality to be an attribute, and use an addition of utility rule in case of vote. The later is that our model is seen as a new methodology to analyze the causes to consist a complex network. As a result, the combination of centrality is effective for generation of various networks, and showed new approach of social network analysis by application of our proposed model.

Keyword: Complex Network, Network Centrality , Multi-Agent Based Simulation , Network Analysis

1. はじめに

実世界には、数多くのネットワークが存在する。例えば、通信網や送電網、交通網、神経回路網などは物理的接続により、人間関係や企業間取引・食物連鎖などは社会的・認知的接続によりネットワークを成している。近年、ネットワークは、研究対象として様々な分野から注目されている [1]。その主な理由とは、複雑な関係性や相互作用を単純化することで、様々な分析が可能になる点にある [2]。

本論文では、松尾らが提案したネットワークの生成モデル [3](以降、既存モデルとよぶ)の拡張を試みる。既存モデルでは、ネットワークの中心性をノードの効用とみなし、より高い効用を得るネットワークを生成するモデルが提案された。その結果、効用とする中心性ごとに、生成されるネットワークの構造が異なることが明らかとなった。なお、ネットワークの中心性とは、ノードやリンクが、ネットワークにおいてどの程度中心であるのかを示す指標である [4, 5]。

我々は、効用としての中心性と生成されたネットワーク構造との関係性に着目し、効用を、単一の中心性から複数の中心性を組み合わせとすることで、既存モデルを拡張する。さらに、拡張したモデルを用いて、実在するネットワークの形成に関わる要因の推定を試みる。これは、複数の中心性尺度を組み合わせることで初めて可能になる分析であり、ネットワークが生成される背後の要因を探る点で従来の静的な分析とは異なる新しい分析手法となりうる。

本論文の構成は次の通りである。2章では、本研究の基盤となる従来の研究の概要とモデルの拡張の必要性を記す。そして、3章では、中心性を組み合わせたときに作られるネットワークの特徴を概観する。その結果を踏まえて、現実のネットワークの合理性を推定を4章でおこない、最後に今後の課題ならびに本論文のまとめを記述する。

2. ネットワークの成長モデル

本節では、本研究の基盤となる既存モデル [3]の概要を述べるにあたり、まず、ネットワークの中心性について説明する。以下、ネットワークを $G=(V, E)$ 、 $V=\{v_i:i=1\dots N\}$ はノードの集合、 $E=\{e_j:j=1\dots K\}$ はリンクの集合と表す。また、 N はノード数であり、 K はリンク数である。

2.1. ネットワークの中心性

ネットワークの中心性の概念は、1940年代に Bavelas らによって最初に用いられた [6]。この中心性という概念は、多様な定義が可能である。例えば、物流ネットワークではいかに少ない経路で辿り着くかを中心とした Closeness [7]、Web リンクではどの程度の訪問者を得られるのかを中心とした PageRank [8] が

重要な指標といえる。現在では、Freeman によってまとめられた、以下の3つの中心性が良く用いられている [6, 7]。

Degree: ネットワーク内のノードとどの程度直接つながっているのかを示す指標。ノード i の中心性 C_i^D は、以下である。

$$C_i^D = \frac{k_i}{N-1}$$

k_i はノード i を一端とするリンクの数である。 k_i の最大値である $N-1$ で割ることで、ネットワークのサイズ¹に対する正規化とする。

Closeness: ネットワーク内でのコミュニケーションの効率を示す指標。ノード i の中心性 C_i^C は、以下である。

$$C_i^C = (L_i)^{-1} = \frac{N-1}{\sum_{j \in \{1..N\}} d_{ij}}$$

L_i は、任意のノード j からノード i への最短パスの長さ d_{ij} の平均値²。 L_i の値の範囲は、 $1 \leq L_i \leq N$ であり、ネットワークのサイズに応じて増加する値である。そのため、 C^C は、 L の逆数をもって正規化とする。

Betweenness: 情報伝達におけるフローのコントロールの可能性を示す指標。ノード i の中心性 C_i^B は、以下である。

$$C_i^B = \frac{\sum_{j < k \in \{1..N\}} \text{path}_{jk}(i) / \text{path}_{jk}}{(N-1)(N-2)}$$

path_{jk} はノード j, k 間の最短パスの数、 $\text{path}_{jk}(i)$ は特にノード i を経路に含む最短パスの数であり、 i 以外の2つのノードの最短パス上に i が存在する割合を求めている³。

他に同様の指標として、計算機科学の分野で良く知られている PageRank [8] がある。

PageRank: PageRank は、あるノードの訪問者がリンクを経て別のノードへと訪問する状況が繰り返されると想定した場合に、どの程度訪問者が訪れているかを示す値。ノード i の PageRank C_i^P は、以下の漸化式を用いて計算する。

$$C_i^P = \sum_{j \in \{1..N | a_{ij}=1\}} \frac{(1-\alpha)C_j^P}{k_j}$$
$$C_i^P = \alpha \sum_{j \in \{1..N\}} \frac{C_j^P}{N}$$

a_{ij} は、ノード i とノード j がリンクで接続されているかどうかを示す値。 α はリンクを通らない訪問を想定した定数である⁴。

なお、PageRank は社会ネットワークの分野において提案されている固有ベクトル中心性 [10] とほぼ同

¹ネットワークのサイズとはノード数である。

²本論文では、孤立ノードの最短パスの長さをネットワークのサイズ N として計算する。

³本研究では、計算量の問題から Brandes らが提案するアルゴリズム [9] を用いる。

⁴なお、本論文では $\alpha = 0.15$ 、 C^P の初期値は $1/N$ を用いる。

1. 初期状態: ノード数 N , リンク候補数 ℓ , 効用関数 f (中心性) を設定し, リンクを持たないノード対の集合 LS_{cand} を作成.
2. リンクの候補の選択: LS_{cand} をシャッフルし ℓ 個のリンク候補 LS を抽出. ただし, LS_{cand} の要素数が ℓ に満たない時には, $LS = LS_{cand}$ とする.
3. 投票: リンク候補 $e(\in LS)$ を, ネットワーク G に e を加えたネットワーク $G+e$ に対する f の値を e への効用 (評価) とする. LS に含まれる全てのリンク候補の効用を求めた後, 評価の高い候補順に Borda 方式 [12] で投票する. なお, 順位が同じリンク候補が存在する場合には, ランダムに順位を決定して得点を与える.
4. リンクの追加: 投票の結果, 一番高い得点を得たリンク候補をグラフに追加し, LS_{cand} から取り除く. 複数の場合には, その中からランダムに選択する.
5. 終了条件: LS_{cand} の要素数が 0 になった時点で終了する. そうでなければ, 2. に戻る.

図 1: ネットワーク生成のアルゴリズム

じ指標である. 両者の違いは, PageRank が直接にリンクのないノードへの確率的な訪問も考慮している点である.

松尾らは, 既存モデルにおいて, 上記の 4 つの中心性 (Degree, Closeness, Betweenness, PageRank) を効用とした. 社会ネットワーク分析の分野では, 長年にわたって様々な中心性が分析に用いられていたが, 上記の 4 つが代表的な尺度とされている [11]. したがって, 本研究でも, この 4 つの中心性を用いる.

2.2. シミュレーションモデル

既存モデル [3] では, 図 1 の手順でネットワーク形成のシミュレーションを行なった. 本研究でも同様の手順を用いる. 本シミュレーションモデルでは, ノードを合理的な振る舞いをするエージェントと見なす. 各エージェントは, 自身の効用をより高くするリンク候補に投票する. 投票は, Borda 方式⁵[12] で行なわれ, 最も得点の多いリンク候補が新たなリンクとして追加される. なお, 問題を単純化するために, リンクの追加をもってネットワークの成長とし, ノードの追加ならびにリンクの削除は行なわない.

図 1 の投票で用いる効用関数 f は, 既存モデルと同様にエージェントの合理性の基準を意味する. 松尾らは, f を単一の中心性で定義したモデルを提案し, 基準とする中心性の違いによって異なる構造的特徴をもつネットワークが創発することを明らかにした [3]. 具体的には, Degree ではランダムグラフ, Closeness はスケールフリーネットワーク, Betweenness はネットワークの直径⁶の大きいネットワーク, PageRank は

⁵Borda 方式による投票とは, n 個候補に対して評価の高い順に, $n-1, n-2, \dots, 0$ と段階的な得点を投票し, 総得点をもとに選択を行なう方式である.

⁶任意のノード間の最短パスのなかで最も大きな値

一部のノードによる連結成分にリンクが密集し多数のノードが孤立するネットワークとなる.

2.3. 単一の中心性の場合の分析の限界

松尾らの知見をもとに, 既存モデルを, ネットワークの分析に用いることが考えられる. 具体的には, 分析の対象とするネットワークのノード数やリンク数だけでなく, 平均パス長⁷やクラスタ係数⁸, 直径などのネットワークの構造的特徴を示す緒量 [2, 4] を求め, それらに近い値を示すネットワークをシミュレーションを用いて生成する. これを, 本論文では, ネットワークを近似と呼ぶ. ネットワークを十分に近似することが可能ならば, 用いた中心性からネットワークの成長の要因を推測することが可能となる. 例えば, 既存モデルならば, 対象とするネットワークを Closeness を用いたモデルで近似できた場合には, そのネットワークの成長に Closeness を重要とする要素が関係するのではないかと予測することができる.

この手法は, 基本的に, 対象とするネットワークをできるだけ近似するモデルを見つけ, その要因を探るといものである. だが, 実際には, 既存モデルで形成しうるネットワークは限られている. 例えば, ネットワークの直径が大きいのであれば Betweenness が関係すると推測されるが, 対象とするネットワークに近い緒量をもつネットワークを生成することは難しいため, それ以上の分析はできない. 以下では, ネットワークの近似の難しさを, 人間関係と道路のネットワークを事例として説明する.

まず, 研究者ネットワーク (JsaiNet) [13] を対象とする. JsaiNet は, 人工知能学会全国大会に 2003-2005 年度の間に発表された論文に掲載された著者 90 名から構成されたネットワークである. 研究者をノード, 各研究者の Web 上での関係性をリンクとし, 人工知能をキーワードにする研究者から構成されたネットワークである. ノード数 $N_{jsai} = 90$, リンク数 $K_{jsai} = 425$ からなるネットワークであり, 平均パス長 $L_{jsai} = 2.39$, クラスタ係数 $C_{jsai} = 0.4911$, 直径 $D_{jsai} = 5$ である⁹.

表 1 は, JsaiNet と同規模のネットワークを既存モデルを用いて生成したネットワークの構造的特徴を示す緒量である. 生成したネットワークを比べると, C^D は他よりも近似している. だが, それは L, D に

⁷全てのノード間の最短パスの長さの平均

⁸リンクで直接接続された近隣ノード同士がリンクで接続されている割合の平均

⁹ L_{jsai} は, 同規模のランダムなネットワークの $L_{rand}=2.16$ とほぼ同値である. また, C_{jsai} は, $C_{rand} = 0.1012$ と比べて非常に大きい. $L_{jsai} \approx L_{rand}$ であり, $C_{jsai} \gg C_{rand}$ であることからスモールワールドの性質を満たすネットワークである.

表 1: JsaiNet の近似 ($N=90, K=425$)

用いる中心性	L	C	D
JsaiNet	2.39	0.4911	5
C^D	2.23	0.1105	4.00
C^C	1.89	0.3689	2.16
C^B	5.00	0.5852	12.75
C^P	71.46	0.3240	3.03

表 2: MetroNet の近似 ($N=167, K=178$)

用いる中心性	L	C	D
MetroNet	16.45	0	48
C^D	58.35	0.0069	14.44
C^C	3.25	0.0046	7.38
C^B	10.03	0.0094	23.80
C^P	163.79	0.1126	2.22

限り C は差が大きい。 C のみならば、 C^B が比較的近い値であるが、 L, D の値は大きく異なる。 既存モデルでは、中心性以外にネットワークの緒量に大きな影響を与えるパラメータは少ないため、表 1 のネットワークの緒量は、平均値から大きく違うことはない。 よって、既存モデルでは JsaiNet を近似することは困難である。

別の事例として首都高速道路網 (MetroNet) を対象とする。 MetroNet は、インターチェンジとジャンクションをノードとしたネットワークであり、 $N_{metro} = 167, K_{metro} = 178, \langle K_{metro} \rangle = 2.11$ である。 また、構造的特徴を示す緒量は、 $L_{metro} = 16.45, C_{metro} = 0, D_{metro} = 48$ である。 JsaiNet と同様に、既存モデルを用いて同規模のネットワークの生成を試みたところ、表 2 となった。

生成したネットワークを比べると、 C^B が比較的近似している。 だが、 C だけに注目すると、 C^C がより近い値を示しているが、 D は大きく異なっていることから、いずれも十分に近似しているとは言えない。 以上から、MetroNet も、近似することは困難である。

このように、既存モデルでは、現実のネットワークを対象としたネットワークの近似は難しい。 次節では、複数の中心性を組み合わせることでパラメータを増やし、より適切に現実のネットワークの近似を可能とするモデルへと拡張する。

3. 複数の中心性に基づくネットワークの成長

本節では、複数の中心性に基づくネットワークのモデル (以下、拡張モデル) を提案する。 効用を複数の中心性とすることで、既存モデルで生成可能なネットワークは当然のこと、それぞれの中心性から生成されるネットワークの緒量の中間的な値をもつネットワークの形成も可能となると考える。 そこで、拡張モデルによって、どのようなネットワークの構造的特徴が現れるかを観察する。

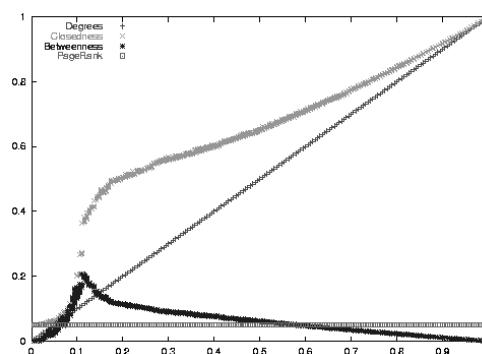


図 2: 成長による中心性の期待値の変化 ($N=20$)

3.1. 複数の中心性によるモデル化

複数の中心性を用いることには、直感的に次のような含意もある。例えば、企業における社長など組織の中核となる役職は、組織の末端までの命令系統は短く、かつ、情報フローのコントロールが容易である必要がある。一方、研究者の協働関係では、創造的な活動につながるように適度な情報交換が可能でありながら、独自の活動を各主体が保てる必要がある。このように、ネットワーク構造において、一つのノードが同時に異なる中心性を考慮しなくてはならない状況も考えられる。

拡張モデルでは、エージェントが投票行動の際に用いる効用関数 f を、複数の中心性尺度の組み合わせとして定義する。つまり、エージェントの投票行動を、多属性効用による順序決定 [14] とみなす。多属性効用による順序決定には様々な方法があるが、本論文では、標準的なルールである効用加算ルールを用いる。

$$f = \lambda_C C^C + \lambda_D C^D + \lambda_B C^B + \lambda_P C^P, \\ 0 \leq \lambda_C, \lambda_B, \lambda_B, \lambda_P \leq 1, \\ \lambda_C + \lambda_B + \lambda_B + \lambda_P = 1 \quad (1)$$

式 (1) の各中心性の係数 ($\lambda_C, \lambda_B, \lambda_B, \lambda_P$) で、重視する各中心性の割合を表現する。

3.2. 拡張モデルの基本的な特徴

本節では、拡張モデルで生成されるネットワークの基本的な性質を知るために、各中心性の特徴ならびに、ネットワークの構造的特徴の変化を調べる。

3.2.1. 各中心性の特徴

ネットワークの中心性は、ネットワークの密度¹⁰によっても、ノードが得る中心性の期待値が異なる。このことは、加算ルールを適用する効用の値に影響し、ひいては、ネットワークの成長にも影響があると考えられる。よって、中心性の期待値がネットワークの成長によってどのように変化するかを調べることは、拡張モデルの特徴を知る上で重要である。

図 2 は、ネットワークの成長による中心性の期待値

¹⁰存在可能なリンクに対する実在するリンクの割合

の変化を示したグラフである。各中心性の値は、ランダムにリンクを加えたネットワークを 100 作成したときの平均である。各中心性の期待値の変化は、大きく異なることがわかる。具体的には、 C^D と C^C は、成長するほど期待値は高くなる。 C^B は、一時的に高い値となるが、最短経路の長さが短くなるために 0 に近づく。そして、 C^P は一定となっている。初期には比較的均衡している中心性の期待値は、成長するにつれ C^D と C^C は、 C^P と C^B を大きく上回る。

3.2.2. 中心性と構造の変化の関係

つづいて、中心性が構造の形成に与える影響を調べる。図 3 は、横軸はネットワークの成長、縦軸は、100 回のシミュレーションの各緒量、平均パス長 (L)、クラスタ係数 (C)、直径 (D)、の平均である¹¹。

図 3 より、 L は、PageRank を除き、成長の初期段階で十分短くなりほぼ同じ値 ($1/N$) となるが、PageRank は多数の孤立ノードのため緩やかに減少している。次に、 C は、Closeness が $2 \leq \langle k \rangle \leq 4$ で急な増加が見られる。これは、次数が大きいノード (ハブ) への接続が他のノードの C^C を高めるために、ハブからの距離が 2 のノードとハブが接続され、結果として C も高くなる。その後、ハブからの距離の遠いノード間の接続が続くために、 C は一時的な低下を示している。最後に、 D は、 $\langle k \rangle$ が 2 を頂点としたグラフとなっている。特に、Betweenness は他と比べて大きな値となる。ただし、 $\langle k \rangle = 2$ 付近で、ほぼ全ノードが連結するために、それ以上の直径とならない。

3.2.3. 拡張モデルにおけるネットワークの成長

以上から、拡張モデルではネットワークの構造に関して、初期には C^C や C^P の影響からリンクの密な連結成分が形成され、その後 C^B の影響から直径が長い、もしくはある程度の直径を保つように構造となり、次第に C^D と C^C の影響から周縁のノード同士の連結が優先される特徴を示すと思われる。以降、拡張モデルを用いて、ネットワークの生成ならびに近似を行なう場合には、この点を考慮する必要がある。

3.3. 拡張モデルによるシミュレーション

本節では、問題を単純にするために、まず、二つの中心性の組み合わせのシミュレーションを行うことで、拡張モデルが生成可能なネットワークを概観する。

3.3.1. Case1: Closeness と PageRank

一例として、Closeness (C^C) と PageRank (C^P) との組み合わせを調べる。二つの中心性は、ともに

成長の初期からクラスタ係数を高くする特徴がある。松尾らによると、Closeness はハブに近いノードと孤立ノードとのリンク候補が選択されやすくするのに対して、PageRank は連結成分内のリンク候補が選択されやすくするとされている [3]。これら二つの中心性を例として、拡張モデルによって生成されるネットワークの特徴を明らかにする。

図 4 は、 $f = 0.5C^C + 0.5C^P$ の場合のネットワークの成長過程の一例であり、図 5 は、パラメータの異なる場合のネットワークの構造的特徴 L, C, D の変化を示し、表 3 は、その中でも $\langle k \rangle = 2.1$ の値である。主な特徴としては、図 4 の $\langle k \rangle = 1.0$ のクリーク¹²を核とするように周縁のノードが接続し成長している。図 5 では、パラメータが異なる場合でも、初期段階では C^P のみとの値が重なり、図 5(b)(c) では、後半も比較的近い値となっている。また、パラメータを変えることで、構造的特徴が、単一の中心性の場合の中間的な値となることが図 5(a) からわかる。その一方で、図 5(b)(c) のように組み合わせた場合の値が各中心性の中間からはずれた値となることもある。

このような成長過程となった要因を、図 6, 7 のケースでの、各エージェントの投票行動から考察する。図 6 のケースは、ノード $\{A, B, E, F\}$ からなる連結成分と孤立ノード $\{C, D_1, \dots, D_3\}$ から構成されるネットワークである。このようにリンクの数が少ない段階において、 C^C と C^P の組み合わせでは、一部のノードがクリークを形成していることから、リンク候補として次の 3 つが想定される。まず、連結成分内のリンク e_1 、次にハブと孤立ノードを接続するリンク e_2 、そして、連結成分の周縁のノードと孤立ノードを接続するリンク e_3 である。これら 3 つを候補としたとき、各ノードの投票は、表 4 となる。この表から、 e_1 もしくは e_2 が選ばれやすいことが分かる。 e_1 は、 C^P のみの投票行動と同じ理由で選択されやすくなっている。一方、 e_2 は、ハブを一端とするリンクであるため C^C の影響で連結成分内からの得票が多いことが理由と考えられる。

次に、図 7 のケースを用いて、周縁ノードとの連結が発生する要因を考察する。図 7 は、図 6 と同様の e_1, e_2, e_3 の 3 つのリンク候補を想定しており、孤立ノードが半数未満であり、連結成分のリンクがより密になっている点が異なる。このケースでの投票結果は、表 5 である。投票の結果、 e_2 のハブを一端とするリンクが選択されている。これは、孤立ノードの数が減ったことで e_1 の得点の期待値が減っている一方で、 C^C の影響からハブを一端とする e_2 の期待値が

¹¹本論文の多くが $N=20, K=190$ でのシミュレーション結果となっているが、ネットワーク図、ならびにグラフなどの視認性の問題から、このサイズのネットワークで説明を行う。

¹²連結成分内の全てノードが直接接続されている状態

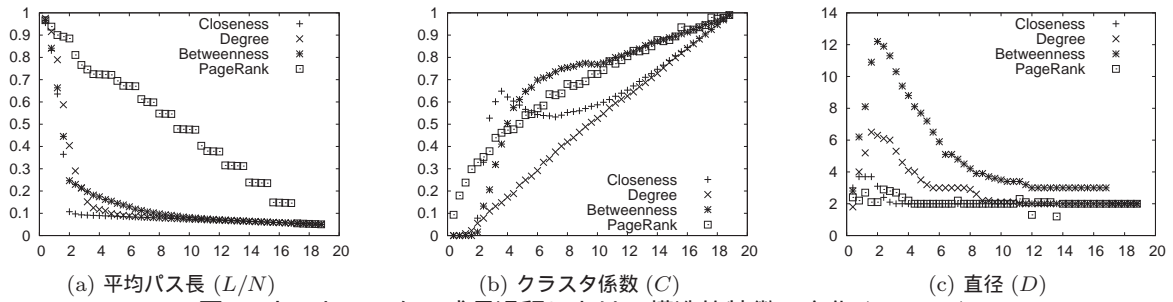


図 3: ネットワークの成長過程における構造的特徴の変化 ($N = 20$)

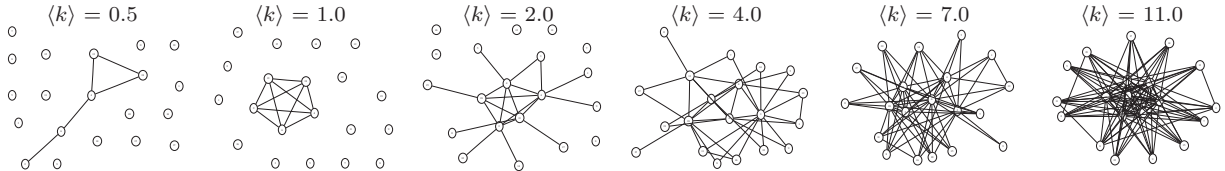


図 4: C^C と C^P を等しく加算した場合の成長プロセス ($N=20, \lambda_C=0.5, \lambda_P=0.5$)

表 3: C^C と C^P の組み合わせの構造的特徴の違い. ($N=100$)

Closeness の係数	PageRank の係数	ℓ	$\langle k \rangle$	L	C	D
0.1	0.9	200	2.1	92.15	0.1497	3.4
0.5	0.5	200	2.1	94.71	0.1470	3.2
0.9	0.1	200	2.1	92.21	0.1445	3.2

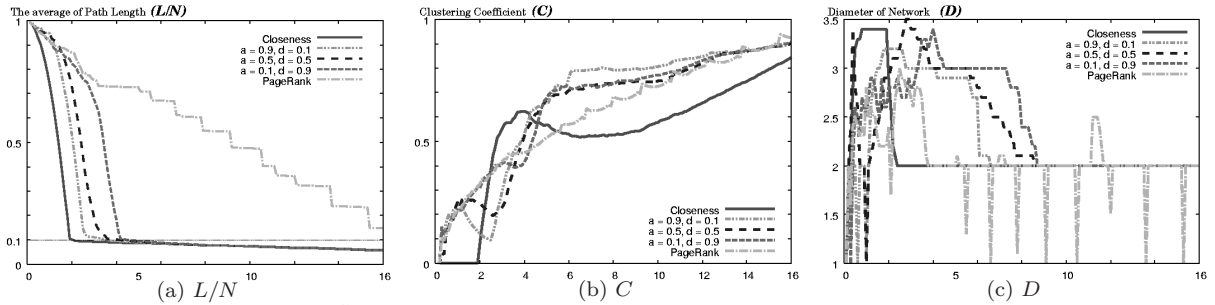


図 5: C^C と C^P の組み合わせた時の構造的特徴の変化 ($N=20$)

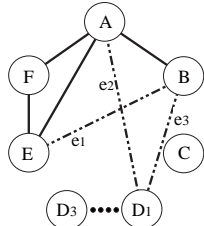


図 6: Case1-1

表 4: Case1-1 の場合の各エージェントの投票

	A	B	C	D_1	...	D_3	E	F	得点
e_1	0.2 0.257 (0)	0.194 (1) 0.178	0.125 (2) 0.033	0.125 (0) 0.033	...	0.125 (2) 0.033	0.2 (2) 0.257	0.194 (0) 0.178	9
e_2	0.25 (2) 0.354	0.226 (0) 0.102	0.125 (0.5) 0.028	0.226 (2) 0.103	...	0.125 (0.5) 0.028	0.233 (1) 0.179	0.233 (2) 0.179	8.5
e_3	0.241 (1) 0.260	0.233 (2) 0.195	0.125 (0.5) 0.028	0.212 (1) 0.110	...	0.125 (0.5) 0.028	0.226 (0) 0.176	0.226 (1) 0.176	6.5

上が C^C , 下が C^P の値. () 内は各ノードの候補に与える点数の期待値

高くなったと考える．つまり，ネットワークが成長することで， C^C の値が投票行動に影響を与やすくなるという，3.2.3 項で予測された特徴と一致する．

以上から，中心性を組み合わせることで，それぞれの特徴が観測されている．それと同時に，図 4 のように，初期には C^P の影響で一部のノードによってクリークが形成され，続いて C^C の影響でクリークに属するノードと孤立ノードとが接続したことで複数のハブが形成されたように予測とは異なる部分もある．この複数のハブ群は，中心性を組み合わせることで生じた特徴といえる．さらに，図 5 の一部の区間では単一の中心性の場合よりも， C と D が高い値を示している．特に， C に関しては， C^P よりも大きな値を示しており， C^C, C^P のみのネットワークの緒量を上

限，下限と考えたときの範囲を越えている．

3.3.2. Case2: Betweenness と PageRank

次に，Betweenness (C^B) と PageRank (C^P) の組み合わせを調べる．Betweenness は 連結成分の端のノードと孤立ノードとのリンク候補が選択が選択されやすいという特徴をもつ．これら二つの中心性を例として，拡張モデルによって生成されるネットワークの特徴を明らかにする．

図 8 は， $f = 0.5C^B + 0.5C^P$ としたときのネットワークの成長の一例であり，図 9 はパラメータの異なる場合のネットワークの緒量の変化を示し，表 6 は，その中でも $\langle k \rangle = 2.1$ での値である．

図 8 では，一見 C^B のみの成長と似ているが，図 9

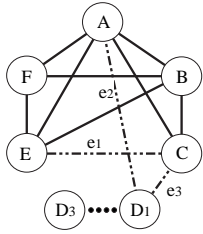


図 7: Case1-2

表 5: Case1-2 の場合の各エージェントの投票

	A	B	C	D_1	...	D_3	E	F	得点
e_1	0.250 0.202 ⁽⁰⁾	0.250 0.202 ⁽⁰⁾	0.241 0.156 ⁽⁰⁾	0.125 0.028 ⁽⁰⁾	...	0.125 0.028 ⁽²⁾	0.250 0.202 ⁽¹⁾	0.241 0.156 ⁽⁰⁾	5
e_2	0.333 0.260 ⁽²⁾	0.318 0.203 ⁽²⁾	0.292 0.111 ⁽¹⁾	0.28 0.068 ⁽²⁾	...	0.125 0.024 ^(0.5)	0.304 0.155 ⁽²⁾	0.304 0.155 ⁽²⁾	12
e_3	0.318 0.202 ⁽¹⁾	0.318 0.202 ⁽¹⁾	0.304 0.171 ⁽²⁾	0.259 0.072 ⁽¹⁾	...	0.125 0.024 ^(0.5)	0.291 0.153 ⁽⁰⁾	0.292 0.153 ⁽⁰⁾	7

上が C^C , 下が C^P の値. () 内は各ノードの候補に与える点数の期待値

では, L や C が C^B のみよりも大きな値を示している. さらに, 図 9(a)(b) から, 成長の初期では C^P が構造に影響を与え, 図 9(c) から, 後半では C^B の影響が表われていると思われる. 特に, 図 8 の $\langle k \rangle = 1.0$ において, クリークが形成されていない点で前節とは大きく異なる.

このような成長過程となった要因を, 図 10, 11 のケースでの各エージェントの投票行動から考察する. 図 10 は, $N=8, K=5$ のネットワークに追加されるリンク候補として次の 3 つが想定される. 連結成分であるノードと孤立ノードを接続するリンク e_1, e_2 と, 連結成分内のリンク e_3 である. e_1 と e_2 では, 連結成分内のノードの次数が異なる. この状況下での投票結果は表 7 となる. この表から, クリークをなすリンク候補 e_3 が最も期待値の高い候補であるが, 孤立ノードとのリンク候補 e_2 もほぼ同じ値となっていることが分かる. e_3 に関しては, 前節と同じように C^P のみを用いた場合と同じ理由で選ばれるが, 連結成分内の次数が低いノードを一端とする e_2 の値が高いことは, 前節と異なる. これは, C^B の影響と考える. さらに, e_2 は, 孤立ノードの C^P が同じ評価であるために投票次第では選択される可能性がある. このことから, C^B と C^P を組み合わせた場合, 成長の初期では, 一部のノードがクリークを形成するように成長しながらも, 時に連結成分内の次数の少ないノードから孤立ノードへのリンクが張られることで, クリークとはならない. このような成長パターンとなる要因を, 図 11 のケースで考察する.

図 11 は, 図 10 のケースと比べて, ノード B, C が接続され, 孤立ノードが少ない. そして, リンク候補として, 連結成分内のリンク e_1, e_2 , ならびに孤立ノードとのリンク e_3 が想定されている. この状況下での投票結果は, 表 8 となる. この表より, 連結成分内のノードと孤立ノードを結ぶリンク e_3 , 次に連結成分内のリンク e_1 の順で選択されやすい. その一方で, クリークを形成するリンク e_2 の期待値は低い. これは, 1-クリークとなることでクリーク内のノードはすべて接続しており C^B の値が減少するためである.

以上から, C^B と C^P の組み合わせでは, 連結成分内でのリンクが密にならないようにネットワークが成長する. つまり, C^B と C^P の両者の特徴が拮抗して

現われている. このことは, 図 8 の $\langle k \rangle = 1.0$ において, リンクが密ではあるが直径も比較的大きいことからわかる. ただし, 図 9 からネットワークの初期段階では, 構造的特徴に, C^P の影響が強く見られ, 後半では C^B の影響が強く表われている. さらに, 図 9 の一部の区間において, C^B や C^P のみの場合よりも, C と D が高い値を示しており. 特に, D に関しては, しばらく値を持続して C^B よりも大きな値となっている. これも, 前節の組み合わせと同じく, 単一の中心性のみの場合を上限・下限とみなした場合の範囲を越えた値となっている.

3.4. 中心性の組み合わせによる効果

先の 2 つの事例以外の組み合わせも試みた結果, 以下のような特徴が観測できた.

- 単一の中心性の場合の特徴は, 複数の場合でも観測される.
- 組み合わせた中心性の中間的な構造的特徴をもつネットワークが生成される
- 組み合わせた中心性で生成できた緒量の上限, 下限を越える構造的特徴をもつネットワークが生成される.

次節では, これらの知見をもとに, 実際のネットワークの合理性の推定を試みる.

4. ネットワークの合理性の推定

本節では, 前節の知見を基に, ネットワーク生成に関わる合理性の推定をする. 具体的には, 対象とするネットワークに最も近似したシミュレーションのパラメータ $\{\lambda_C, \lambda_B, \lambda_P\}$ をもって合理性の推定とする. 推定の対象として, 2.3 節で挙げた JsaiNet と MetroNet を事例に用いる.

4.1. 対象ネットワークの事前分析

本節では, 事前分析として, まずネットワークの構造的特徴から関係する中心性の絞り込みを行なう.

図 12(a) は, JsaiNet を図示したものであり, その次数分布は図 12(b) である. 図 12 から, JsaiNet はリンクが密な連結成分と粗な周縁部分がある. このような構造は, 3.3.1 項の C^C と C^P の組み合わせで見られた特徴であることから, JsaiNet は, それらが関係すると推測される. そして, 図 12(b) の次数分布は, 次数 2 を頂点とした右下がりの分布をしている. C^C

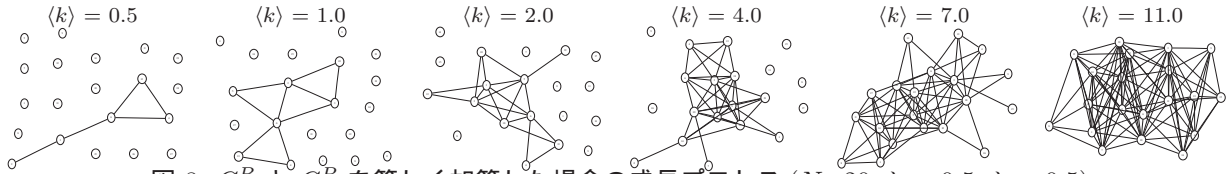


図 8: C^B と C^P を等しく加算した場合の成長プロセス ($N=20, \lambda_B=0.5, \lambda_P=0.5$)

表 6: C^B と C^P の組み合わせによる構造的特徴の違い ($N=100$)

Betweenness の係数	PageRank の係数	ℓ	$\langle k \rangle$	L	C	D
0.1	0.9	200	2.1	94.14	0.1351	3.8
0.5	0.5	200	2.1	85.58	0.1634	6.4
0.9	0.1	200	2.1	78.06	0.1552	8.2

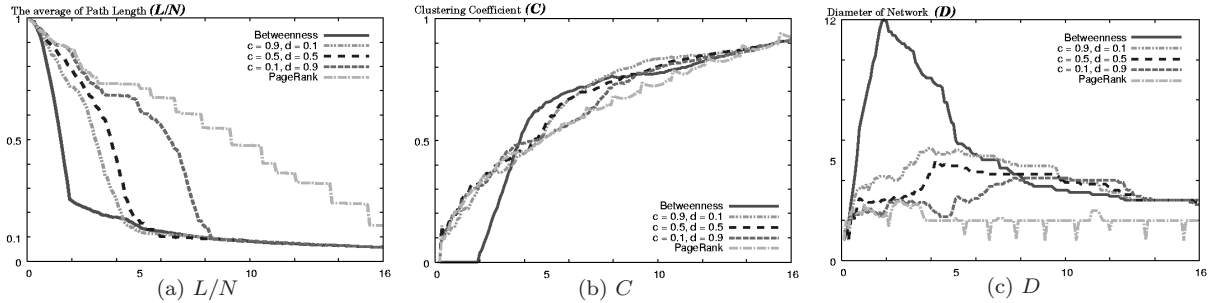


図 9: C^B と C^P の組み合わせの場合のネットワークの構造的特徴の変化 ($N=20$)

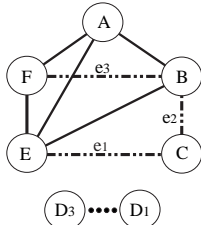


図 10: Case2-1

表 7: Case2-1 における投票状況

	A	B	C	D_1	...	D_3	E	F	得点
e_1	0.041 0.221 (1)	0 0.154 (0)	0 0.091 (1)	0 0.028 (0.5)	...	0 0.028 (0.5)	0.292 0.298 (2)	0 0.154 (1)	6.5
e_2	0.083 0.220 (2)	0.25 0.231 (2)	0 0.093 (2)	0 0.028 (0.5)	...	0 0.028 (0.5)	0.083 0.220 (1)	0 0.152 (0)	8.5
e_3	0 0.217 (0)	0 0.217 (1)	0 0.033 (0)	0 0.033 (2)	...	0 0.033 (2)	0 0.217 (0)	0 0.217 (2)	9

上段が C^B , 下段が C^P の値. () は各ノードの投票点の期待値

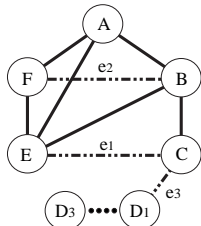


図 11: Case2-2

表 8: Case2-2 における投票状況

	A	B	C	D_1	...	D_3	E	F	得点
e_1	0.041 0.195 (1)	0.041 0.195 (0)	0 0.137 (1)	0 0.028 (0.5)	...	0 0.028 (1.5)	0.167 0.254 (2)	0 0.137 (1)	8.5
e_2	0 0.191 (0)	0.25 0.260 (1)	0 0.083 (0)	0 0.028 (0.5)	...	0 0.028 (1.5)	0 0.191 (0)	0 0.191 (2)	6.5
e_3	0.125 0.189 (2)	0.500 0.197 (2)	0.333 0.156 (2)	0 0.156 (2)	...	0 0.023 (0)	0.125 0.187 (1)	0 0.131 (0)	9

上段が C^B , 下段が C^P の値. () は各ノードの投票点の期待値

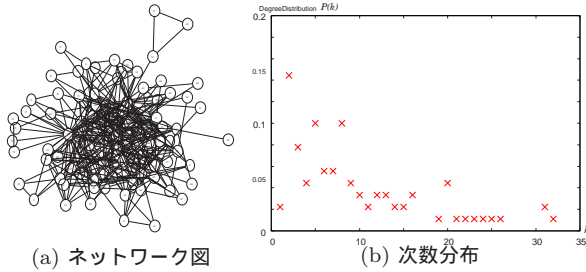


図 12: JsaiNet ($N=90, K=425$)

表 9: C^C と C^P を用いた場合の構造的特徴

$\{\lambda_C, \lambda_B, \lambda_B, \lambda_P\}$	ℓ	L	C	D
{0.3, 0.0, 0.0, 0.7}	200	2.31	0.3485	4.00
{0.4, 0.0, 0.0, 0.6}	200	2.31	0.4420	3.83
{0.5, 0.0, 0.0, 0.5}	200	2.35	0.3989	3.80
{0.6, 0.0, 0.0, 0.4}	200	2.42	0.3586	3.95

いと推測される. 以上を踏まえて, ネットワークの近似を行なうことで JsaiNet ならびに MetroNet の合理性を推定する.

4.2. JsaiNet の合理性の推定

求めるパラメータは, 式 (1) の $\{\lambda_C, \lambda_B, \lambda_B, \lambda_P\}$ ならびに図 1 のリンク候補数 ℓ である. 本来は, 探索的に求めるべきであるが, 本論文では, 順を追って JsaiNet を近似するパラメータを見つける.

表 9 は, Closeness(C^C) と PageRank(C^P) を組み合わせた場合のネットワークの緒量である. この組み

のみと比べ次数が極端に大きなノードはなく, C^P のみと比べ, 大きな次数をもつノードも少ない. さらに, クラスタ係数や直径の値が組み合わせた場合より大きい. 以上から, C^B も関係すると推測する.

一方, MetroNet は, 平均パス長や直径, 2.3 節から C^B が主要な要素であると考えられる. そして, クラスタ係数が 0 であるため, C^D もしくは C^C も関わって

表 10: さらに C^B を加えた時の構造的特徴

$\{\lambda_C, \lambda_B, \lambda_B, \lambda_P\}$	ℓ	L	C	D
{0.1, 0.0, 0.8, 0.1}	200	2.43	0.6076	4.10
{0.2, 0.0, 0.6, 0.2}	200	2.48	0.5593	4.15
{0.3, 0.0, 0.4, 0.3}	200	2.41	0.5698	4.05
{0.4, 0.0, 0.2, 0.4}	200	2.43	0.5298	4.03
{0.1, 0.0, 0.75, 0.15}	200	2.50	0.5746	4.50
{0.2, 0.0, 0.5, 0.3}	200	2.50	0.5324	4.32
{0.3, 0.0, 0.25, 0.45}	200	2.39	0.5560	4.03

表 11: 候補数の違いによる構造的特徴の違い

$\{\lambda_C, \lambda_B, \lambda_B, \lambda_P\}$	ℓ	L	C	D
{0.2, 0.0, 0.5, 0.3}	50	2.57	0.4436	4.84
{0.2, 0.0, 0.5, 0.3}	75	2.54	0.4967	4.65
{0.2, 0.0, 0.5, 0.3}	100	2.48	0.5150	4.28
{0.2, 0.0, 0.5, 0.3}	200	2.50	0.5324	4.32

表 12: C^B と C^D , C^C の場合の構造的特徴

$\{\lambda_C, \lambda_B, \lambda_B, \lambda_P\}$	ℓ	L/N	C	D
{0.0, 0.0, 1.0, 0.0}	500	10.02	0.0094	23.8
{0.0, 0.05, 0.95, 0.0}	500	10.05	0.0070	25.4
{0.0, 0.1, 0.9, 0.0}	500	9.97	0.0066	25.76
{0.0, 0.5, 0.5, 0.0}	500	9.85	0.0076	25.62
{0.1, 0.0, 0.9, 0.0}	500	3.15	0.0076	7.86
{0.5, 0.0, 0.5, 0.0}	500	3.14	0.0055	7.96

合わせでは, JsaiNet と比べ C, D の値が多少異なるが, C^C と C^P の比率が均等もしくは 2:3 である場合では, L, C は比較的近い値となっている. しかしながら, D の値が 4 以下と JsaiNet の 5 よりも小さい. そこで, D の値を大きくする C^B も考慮した場合を調べる.

表 10 から, C^B も考慮したことでさらに近似できている. 特に, $C^C : C^B : C^P = 2:5:3$ の条件では最も近似できている. だが, シミュレーション結果の図 13(g) と JsaiNet のネットワーク図である図 12(a) を比較すると, 前者にはリンクが密な結合成分があるのに対して, 後者は比較的粗である. このような構造の生成は, リンク候補数 ℓ の調整で可能である.

表 11 ならびに図 13 は, 異なる ℓ のネットワークの構造的特徴と, そのネットワーク図ならびに度数分布の一例である. 図 13 から ℓ を小さくすることで, 視覚的でしかないがリンクが密な結合成分の部分が粗となることがわかる.

以上から, JsaiNet は $\ell=75$ かつ $\{\lambda_C, \lambda_B, \lambda_B, \lambda_P\} = \{0.2, 0.0, 0.5, 0.3\}$ のパラメータでネットワークの近似ができたとする. 以上から, JasiNet は, 情報の伝達効率を考慮しながらも, 一部の研究者同士の関係が密な部分があると同時に, そのネットワーク内の情報流通をコントロールしうる存在がいくつか存在する. そして, 新たな交流関係は狭い範囲での出会いから築かれているネットワークではないかと推定できる.

4.3. MetroNet の合理性の推定

MetroNet も, 前節と同様のアプローチで推定を試みる. 表 12 は, C^B と C^D もしくは C^C との組み合わせを合理性の基準としたシミュレーション結果で

ある. 表 12 から, C^B のみの場合の緒量と比べ, C^D との組み合わせでは L, D の値が, C^C との組み合わせでは C がより MetroNet の値に近い. この結果は, D は勿論のこと十分な近似が行なえたとはいえないが, 高速道路網が流通の動脈としての役割を果たすように長く分岐の少ない経路を形成 (Betweenness) しながら, 全体の均衡化 (Degree) や交通の便の向上 (Closeness) を目指す仕組みを提供する社会基盤となることを想定した高速道路建設の理念と重なるところがあり, 従来モデルよりは詳しい合理性の推定が可能である. 以上より, 複数の要素を考慮したネットワークの近似シミュレーションを用いたネットワーク分析は, ネットワークの構造に内包させる合理性を知る手がかりとなりうる.

5. 拡張モデルの課題

本論文では, 単純な方法で複雑ネットワークに潜む合理性を明らかにすることを試み, 前節で分析の可能性を示した. しかし, より精度が高く信頼できる分析を行なうには, 以下の点も考慮する必要がある.

多属性効用評価 本論文では, 中心性を効用とみなした効用加算ルールにて選好順序を決定しているが, 各中心性が評価にあたる影響に偏りがみられるためパラメータの意義が曖昧になっている. 各中心性の値を点数化するなどして均質化する必要がある.

合理性の基準としての中心性 本論文では, 4 つの中心性を用いているが, ネットワークのあらゆるパターンが網羅できるわけではない. 各中心性がネットワークの構造を生成する要素として独立したものであるのかなども含めて, エージェントの合理性を規定する様々な要素を考慮する必要がある.

構造的特徴を示す指標 本論文では, 指標として L, C, D を用いた. だが, 近似した数値であるネットワークであっても視覚的に異なる構造をもつネットワークが存在する. 他のネットワークの構造的特徴を示す指標も考慮することで, より近似したネットワークを再現できる.

また, 現実にあるネットワークは, 空間的, 認知的な制約がネットワークの発展を阻害する要因となることがある. これは, 4.3 節の MetroNet の分析結果からもいえる. ノードやリンクに関わる制約も考慮することで, より詳細な推定が可能となると考える.

6. まとめ

本論文では, 松尾らのモデルの合理性の基準を, 複数の中心性へと拡張することで, どのようなネットワークが, どのような過程を経て成長するのか概観した. その結果, 単一の中心性を用いた場合に見られた各々の構造的特徴が, 複数の中心性の場合においても観測された. さらに, パラメータの組み合わせにより

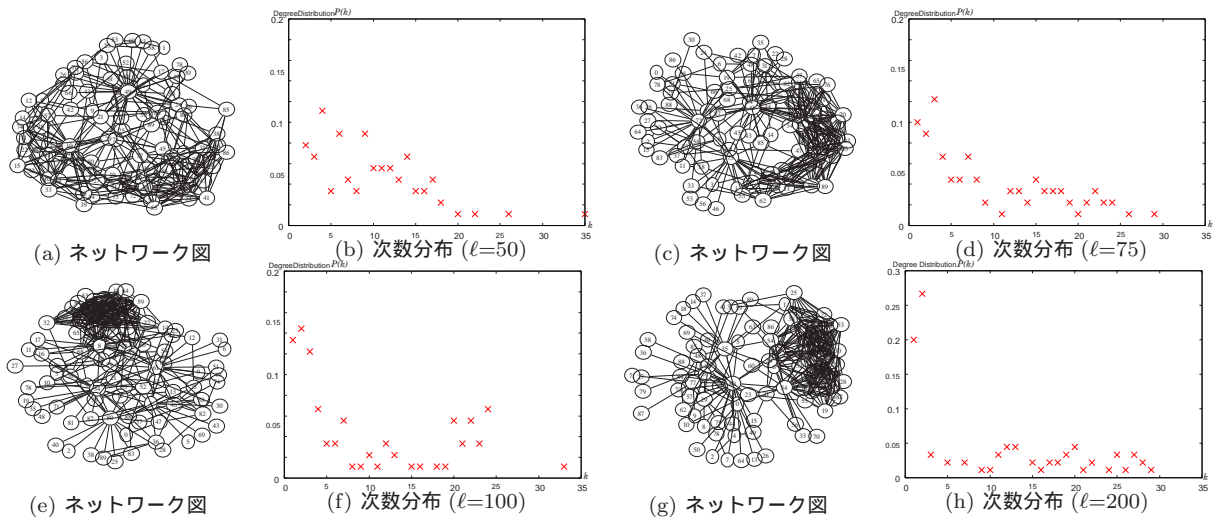


図 13: 候補数 ℓ の違いによる生成されたネットワークの図と次数分布の一例 ($N=90, K=425$)

複数の特徴的な構造をもつネットワークが生成されることを示し、その理由を考察した。そして、拡張モデルのネットワーク分析への応用の試みとして、実在するネットワークである研究者ネットワークと道路交通網の分析を行ない、そのネットワークの合理性を推定した。これらから、拡張モデルは、現実にある多様なネットワークの生成を可能とし、ネットワーク分析の新たな手法と一つとなりうると考える。

現在、複雑ネットワークに関する研究の多くは、現実にある現象をベースとした分析ならびにモデル生成である。しかしながら、ネットワークは成長するだけでなく、その目的や存在意義によって、その形を変えながら発展・衰退を繰り返し存在している。人や生物が時間をかけて作り上げたネットワークは、何らかの目的や存在意義により産み出されたものであり、ネットワークに埋め込まれたそれらの要素を知ることが、今後のネットワーク分析において、重要な方向性のひとつとなるであろう。前節で述べた課題に取り組むことで、現実に存在するネットワークの構造とノードの行動を決定する要因との関係性を明らかにすることで、ネットワーク分析の新しい方法論となりうる。

参考文献

- [1] アルバート=ラズロ・バラバシ, 青木薫: 新ネットワーク思考~世界のしくみを読み解く~, NHK出版 (2002).
- [2] 金光淳: 社会ネットワーク分析の基礎, 勁草書房 (2003).
- [3] 松尾豊, 篠田孝祐, 中島秀之: 中心性に着目した合理エージェントのネットワーク形成, 人工知能学会論文誌, Vol. 21, No. 1, pp. 122-132 (2006).
- [4] 安田雪: ネットワーク分析-何が行為を決定するか, 新曜社 (1997).
- [5] 安田雪: 実践ネットワーク分析-関係を解く理論

と技法, 新曜社 (2001).

- [6] Latora, V. and Marchiori, M.: A measure of centrality based on the network efficiency, *cond-mat/0402050 v1* (2004).
- [7] Freeman, L. C.: Centrality in social networks: Conceptual clarification, *Social Networks*, Vol. 1, pp. 215-239 (1979).
- [8] Brin, S. and Page, L.: The Anatomy of a Large-scale Hypertextual Web Search Engine, *Computer Networks and ISDN Systems*, Vol. 30, No. 1-7, pp. 107-117 (1998).
- [9] Brandes, U.: A Faster Algorithm for Betweenness, *Journal of Mathematical Sociology*, Vol. 25, No. 2, pp. 163-177 (2001).
- [10] Bonacich, P.: Factoring and Weighting Approaches to Status Scores and Clique Identification, *Journal of Mathematical Sociology*, No. 2, pp. 113-120 (1972).
- [11] Borgatti, S. P.: Centrality and network flow, *Social Networks*, Vol. 27, pp. 55-71 (2005).
- [12] 今野浩: 数理決定法入門, 朝倉書店 (1992).
- [13] 安田雪, 松尾豊: 人工知能学会における研究者ネットワークの分析, 人工知能学会全国大会, pp. 2A3-02 (2005).
- [14] 小橋康明: 決定を支援する, 東京大学出版会 (1988).